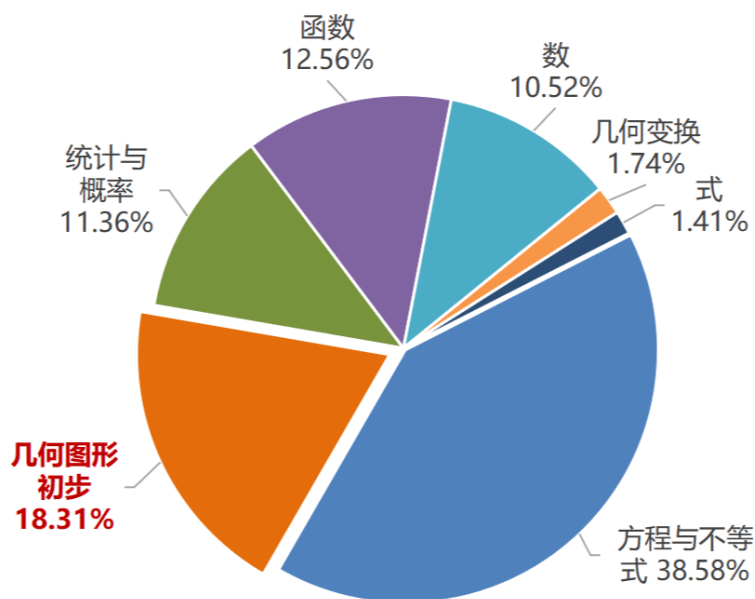


第1讲 相交线

相交线与平行线属于人教版第五章的内容，这部分的易错点为“三线八角”的判别、平行线性质与判定，难点为规律探究以及平行性质与判定的综合；是期中、期末考试的高频考点，在期末考试中除单独考查外，也常与后面学习的平面直角坐标系进行综合，难度较大，故这部分我们分为《相交线与平行线初步》、《相交线与平行线》、《几何模型与等积变换》、《平面直角坐标系与几何综合》四个模块。本模块为《相交线与平行线初步》，旨在帮助学生掌握平行线的性质与判定并熟练应用，为后续模块奠定基础。

本模块难度适中，适用于相交线与平行线的基础认知与短期突破，本模块分为相交线、三线八角、平行线的性质、平行线的判定4讲内容，帮助学生了解相交线与平行线的常见题型，掌握这部分的解题思路。





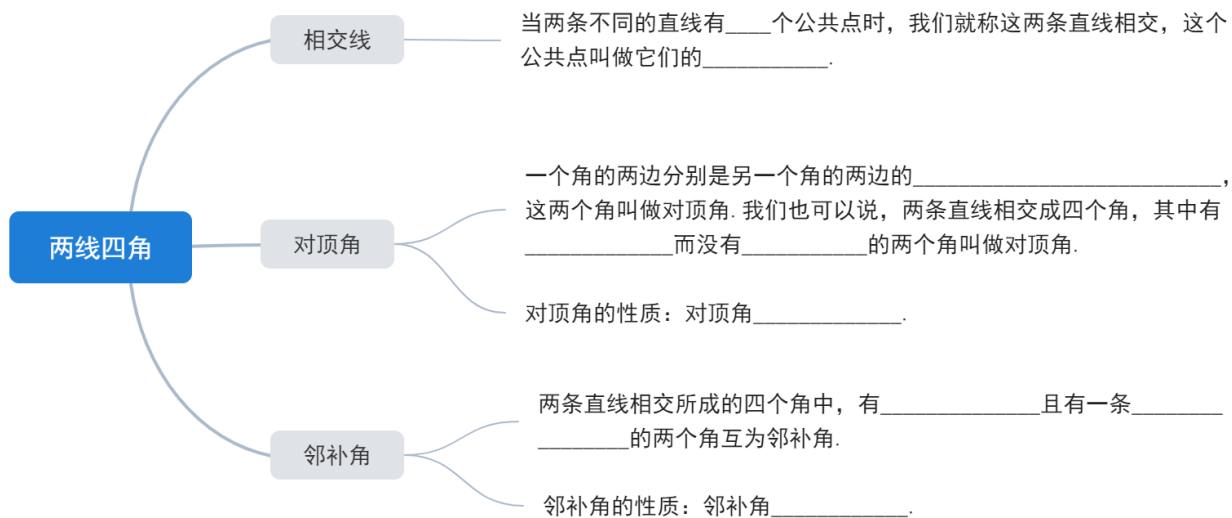
- ★相交线
- ★三线八角
- ★平行线的性质
- ★平行线的判定

后续

- ※相交线与三线八角
- ※平行线的性质与判定
- ※相交平行中的几何模型
- ※等积变换



一、两线四角

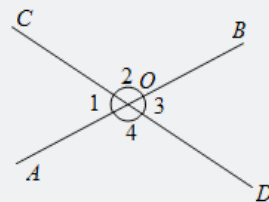


【教法备注】

1、相交线：

当两条不同的直线有一个公共点时，我们就称这两条直线相交，这个公共点叫做它们的交点。

如图：直线 AB 和直线 CD 相交，交点是点 O 。



2、对顶角：

一个角的两边分别是另一个角的两边的反向延长线，这两个角叫做对顶角。

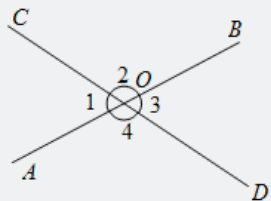
我们也可以说，两条直线相交成四个角，其中有公共顶点而没有公共边的两个角叫做对顶角。

如图， $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 互为对顶角； $\angle 2$ 和 $\angle 4$ 互为对顶角。

对顶角的性质：对顶角相等。

总结：

①有公共顶点；②两个角的两边互为反向延长线。



3、邻补角：

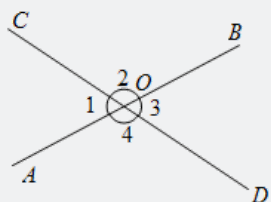
两条直线相交所成的四个角中，有公共顶点且有一条公共边的两个角互为邻补角。

如图， $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互为邻补角； $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 互为邻补角。

邻补角的性质：邻补角互补。

总结：

①有公共顶点；②其中一边是公共边；③另一边互为反向延长线。



邻补角与补角对比：

对比		邻补角	补角
	位置	相邻	没有位置要求
	数量	两个角的和为 180°	两个角的和为 180°

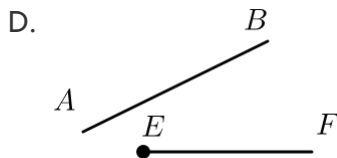
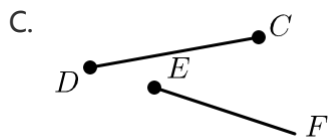
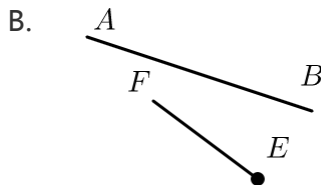
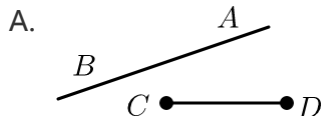
5、规律探究：

n 条直线相交，最少有1个交点，最多有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个交点。

n 条直线两两相交，可形成 $n(n-1)$ 对对顶角， $2n(n-1)$ 对邻补角。

例题

1. 对于直线、射线、线段，在下列各图中能相交的是（ ）。



【答案】B

【解析】B选项射线 EF 有延长线，可以和直线 AB 相交．

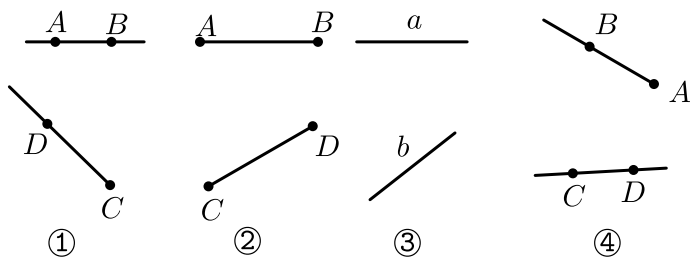
【标注】【知识点】相交的定义

【重点强调】

此题需要注意直线两端可无限延伸；射线一端可无限延伸；线段不能无限延伸但两个可延长．

练习

2. 如图给出的分别有射线、直线、线段，其中能相交的图形有（ ）．



【答案】①、③

【解析】根据直线和射线、线段的延伸性即可判断．

可得能相交的图形是①，③．

【标注】【知识点】直线、射线、线段的区别与联系

【重点强调】

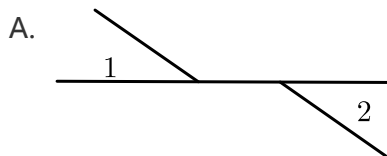
2018~2019学年12月天津河西区新华圣功学校初一上学期月考第12题3分

例题

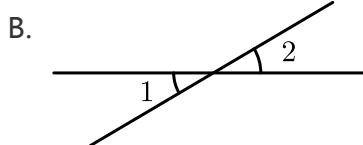
【知识点拨】

邻补角一定互补，但互补的角不一定是邻补角．对顶角一定相等，但相等的角不一定是对顶角．

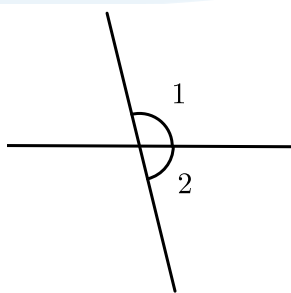
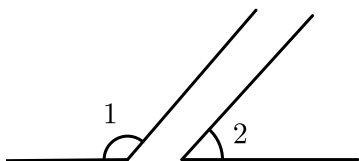
3. 下面各图中 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角的是（ ）．



C.



D.



【答案】B

【解析】对顶角是有公共顶点且两边互为反向延长线的一对角。
故选B。

【标注】【知识点】对顶角的定义与性质

【重点强调】

2019~2020学年天津和平区天津市第十九中学初一下学期单元测试《相交线与平行线》第1题3分

4. 下列说法正确的是（ ）。

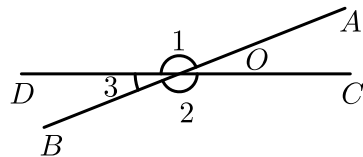
- A. 若两个角相等，则这两个角是对顶角
- B. 若两个角是对顶角，则这两个角是相等
- C. 若两个角不是对顶角，则这两个角不相等
- D. 所有的对顶角相等

【答案】B

【解析】对顶角相等

【标注】【知识点】计算对顶角、邻补角度数

5. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ，如果 $\angle 1$ 比 $\angle 3$ 的2倍还多 30° ，那么 $\angle 2$ 的度数是（ ）。



- A. 50°
- B. 120°
- C. 130°
- D. 150°

【答案】C

【解析】设 $\angle 3 = x$ ，则 $\angle 1 = 2x + 30^\circ$ ，
因为 $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 互为邻补角，
所以和为 180° ，

即有： $x + 2x + 30^\circ = 180^\circ$ ，

解得 $x = 50^\circ$ ；

又 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互为对顶角，

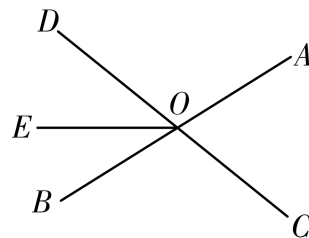
所以 $\angle 2 = 130^\circ$ 。

【标注】【知识点】计算对顶角、邻补角度数

【重点强调】

在这部分的练习中，如果涉及到存在倍数关系的角，可以利用方程思想求解。

6. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， OE 把 $\angle BOD$ 分成两部分。



(1) 直接写出图中 $\angle AOD$ 的对顶角为 _____， $\angle AOE$ 的邻补角为 _____。

(2) 若 $\angle BOE = 28^\circ$ ，且 $\angle AOC : \angle DOE = 5 : 3$ ，求 $\angle COE$ 的度数。

【答案】(1) $\angle BOC$ ； $\angle BOE$

(2) 138° 。

【解析】(1) $\angle AOD$ 的对顶角为 $\angle BOC$ ， $\angle AOE$ 的邻补角为 $\angle BOE$ 。

(2) $\because \angle AOC = \angle BOD$ ， $\angle AOC : \angle DOE = 5 : 3$ ，

$$\therefore \angle BOD : \angle DOE = 5 : 3，$$

设 $\angle BOD = 5x^\circ$ ，则 $\angle DOE = 3x^\circ$ ，

$$\therefore \angle BOE = \angle BOD - \angle DOE = 5x^\circ - 3x^\circ = 2x^\circ，$$

$$\because \angle BOE = 28^\circ，$$

$$\therefore 2x^\circ = 28^\circ，$$

$$\therefore x = 14，$$

$$\therefore \angle DOE = 3x^\circ = 3 \times 14^\circ = 42^\circ，$$

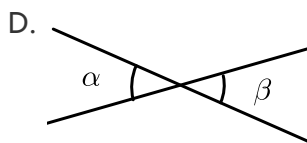
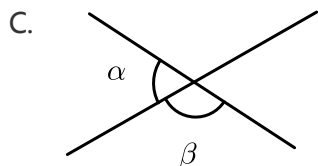
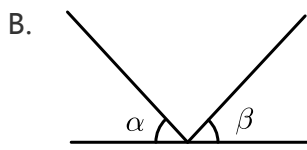
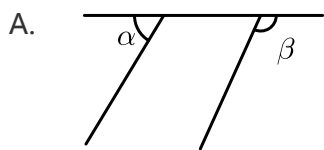
$$\because \angle DOE + \angle COE = 180^\circ，$$

$$\therefore \angle COE = 180^\circ - \angle DOE = 180^\circ - 42^\circ = 138^\circ。$$

【标注】【知识点】计算对顶角、邻补角度数

练习

7. 下列四个图中， $\angle\alpha$ 与 $\angle\beta$ 成邻补角的是（ ）.



【答案】C

【解析】方法一：A中，角的一边不是互为反向延长线，错误；

B中，两角没有公共边，错误；

C中，根据邻补角的定义，具有公共边，角的另一边互为反向延长线，正确；

D中，为对顶角，错误．

方法二：邻补角的识别：①有公共顶点；②有一公共边；③另一边互为反向延长线．

故选C．

【标注】【知识点】邻补角的定义

8. 下列语句正确的是（ ）.

A. 顶点相对的两个角是对顶角

B. 有公共顶点并且相等的两个角是对顶角

C. 两条直线相交，有公共顶点的两个角是对顶角

D. 两条直线相交，有公共顶点且没有公共边的两个角是对顶角

【答案】D

【解析】A错误，顶点相对不一定相等．

B错误，边分别为延长线．

C错误，有可能是有公共边．

D正确．

【标注】【知识点】对顶角、邻补角计数

9. 若 $\angle 1$ 的对顶角是 $\angle 2$ ， $\angle 2$ 的邻补角是 $\angle 3$ ， $\angle 3 = 45^\circ$ ，则 $\angle 1$ 的度数为 _____ $^\circ$.

【答案】 135

【解析】 $\because \angle 2$ 的邻补角是 $\angle 3$ ， $\angle 3 = 45^\circ$ ，，

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 3 = 135^\circ .$$

$\because \angle 1$ 的对顶角是 $\angle 2$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 135^\circ .$$

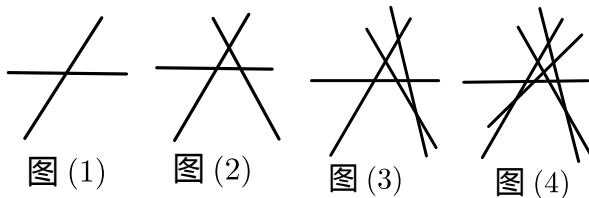
【标注】【知识点】计算对顶角、邻补角度数

【重点强调】

2018~2019学年3月天津南开区南开大学附属中学初一下学期月考第11题3分

|| 例题

10. 已知：



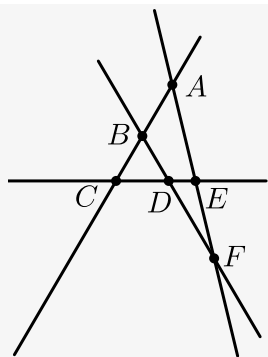
(1) 如图 (1) (2)，两条直线相交，最多有1个交点；三条直线相交，最多有3个交点；如图 (3) 四条直线相交，最多有 _____ 个交点 .

(2) 根据上面规律，30条直线相交，最多有 _____ 个交点； n 条直线相交，最多有 _____ 个交点 .

【答案】 (1) 6

$$(2) 435 ; \frac{n(n-1)}{2}$$

【解析】 (1) 如图，



共有6个交点．

(2) 两条直线相交，1个交点；

三条直线相交， $1 + 2 = 3$ 个交点；

四条直线相交， $1 + 2 + 3 = 6$ 个交点；

∴30条直线相交，

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 29 = \frac{(1 + 29) \cdot 29}{2} = 15 \cdot 29 = 435 \text{ 个交点；}$$

n 条直线相交，

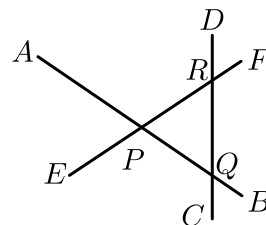
$$1 + 2 + 3 + \cdots + (n - 1) = \frac{(1 + n - 1) \cdot (n - 1)}{2} = \frac{n \cdot (n - 1)}{2} \text{ 个交点．}$$

【标注】【知识点】相交线的交点问题找规律

【重点强调】

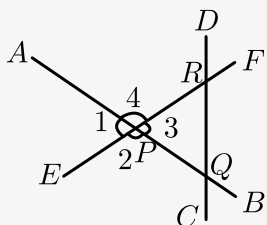
2017~2018学年12月天津河西区天津市培杰中学初一上学期月考第18题3分

11. 如图所示，已知三条直线 AB 、 CD 、 EF 两两相交于点 P 、 Q 、 R ，则图中邻补角共有 _____ 对．



【答案】12

【解析】如图，一个顶点处 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ ， $\angle 2$ 与 $\angle 3$ ， $\angle 3$ 与 $\angle 4$ ， $\angle 4$ 与 $\angle 1$ 是邻补角，共4对，图中共有三个顶点，所以邻补角有 $4 \times 3 = 12$ 对．



【标注】【知识点】邻补角的定义

练习

12. 平面内有 n 条直线 ($n \geq 2$)，这 n 条直线两两相交，最多可以得到 a 个交点，最少可以得到 b 个交点，则 $a + b$ 的值是 () .

- A. $n(n+1)$ B. $n^2 - n + 1$ C. $\frac{n^2 - n}{2}$ D. $\frac{n^2 - n + 2}{2}$

【答案】D

【解析】2条直线相交有1个交点；

3条直线相交有 $1 + 2$ 个交点；

4条直线相交有 $1 + 2 + 3$ 个交点；

5条直线相交有 $1 + 2 + 3 + 4$ 个交点；

6条直线相交有 $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ 个交点；

...

n 条直线相交有 $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$ 个交点 .

所以 $a = \frac{n(n-1)}{2}$ ，而 $b = 1$ ，

$$\therefore a + b = \frac{n^2 - n + 2}{2} .$$

故选D .

【标注】【知识点】相交线的交点问题找规律

13. n 条直线两两相交形成90对对顶角、180对邻补角，则 $n =$ _____ .

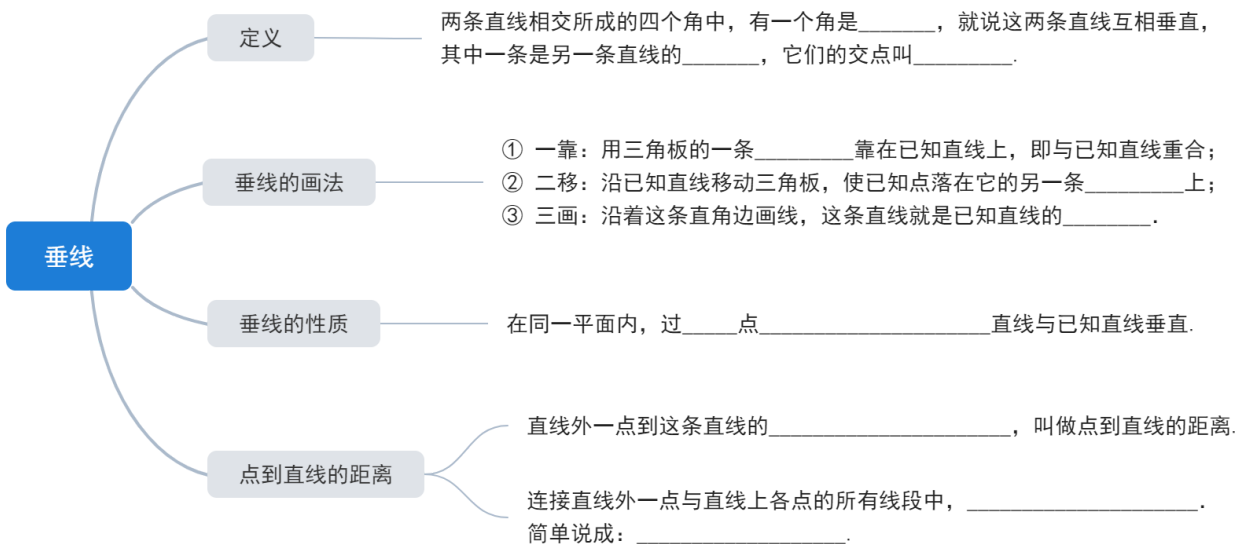
【答案】10

【解析】 n 条直线两两相交，共有 $\frac{n(n-1)}{2}$ 个交点，每个交点两组对顶角，四组邻补角，

所以 $n(n-1) = 90$ ， $n = 10$.

【标注】【知识点】计算对顶角、邻补角度数

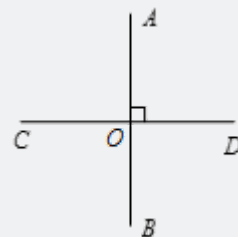
二、垂线



【教法备注】

1、垂线的定义：

两条直线相交所成的四个角中，有一个角是直角，就说这两条直线互相垂直，其中一条是另一条直线的垂线，它们的交点叫垂足。如图，可以记作“ $AB \perp CD$ 于 O ”。



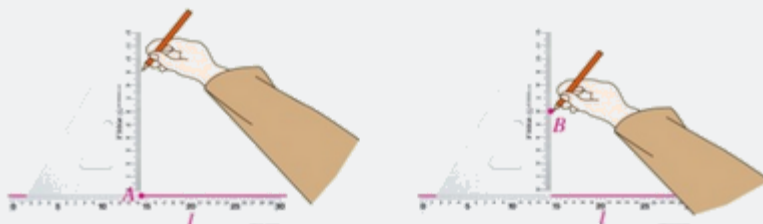
$\angle AOD = 90^\circ \Leftrightarrow AB \perp CD$ (垂直的定义)。

注意：

垂直是相交的一种特殊情况。

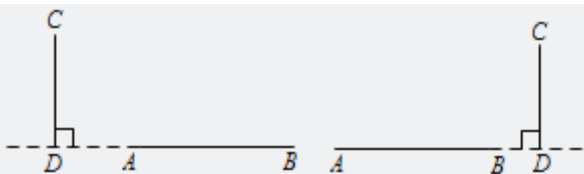
2、垂线的画法：

- ① 一靠：用三角板的一条直角边靠在已知直线上，即与已知直线重合；
- ② 二移：沿已知直线移动三角板，使已知点落在它的另一条直角边上；
- ③ 三画：沿着这条直角边画线，这条直线就是已知直线的垂线。



注意：

- ① 画一条线段或射线的垂线，就是画他们所在直线的垂线。
- ② 过一点作线段的垂线，垂足可以在线段上，也可以在线段的延长线上。



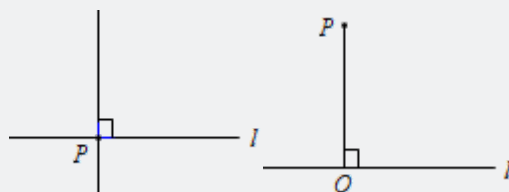
方法：辅助线一般画虚线，目标线一般画实线．

3、垂线的性质：

经过一点（已知直线上或直线外），能画出已知直线的一条垂线，并且只能画出一条垂线．即在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直．

注意：

- ① 这条性质中的“一点”可以在直线上，也可以在直线外，
- ② “有”表示存在，“只有”表示唯一，说明了垂线的存在性和唯一性．



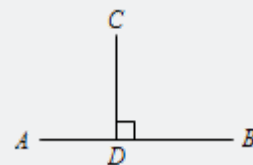
4、点到直线的距离：

（1）点到直线的距离：直线外一点到这条直线的垂线段的长度，叫做点到直线的距离．

如图， $AB \perp CD$ ，垂线段 CD 的长度即为点 C 到直线 AB 的距离．

注意：

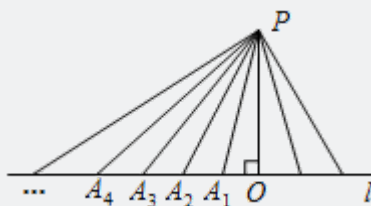
- ① 点到直线的距离是垂线段的长度，是一个数量．
- ② 不能说垂线段是距离，线段是图形，它们之间不能等同．



（2）垂线段最短

连接直线外一点与直线上各点的所有线段中，垂线段最短．

简单说成：垂线段最短．

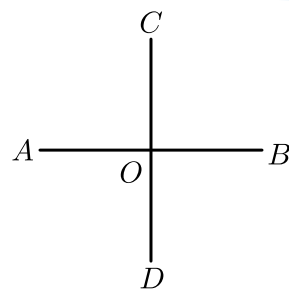


P 点与直线 l 上任意一点的连线中，垂线段 PO 最短．

实际问题中涉及线路最短问题时，其理论依据应从“两点之间，线段最短”和“垂线段最短”这两个中去选择．

|| 例题

14. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ，下列条件中，不能说明 $AB \perp CD$ 的是（ ）．



A. $\angle AOD = 90^\circ$

B. $\angle AOC = \angle BOC$

C. $\angle BOC + \angle BOD = 180^\circ$

D. $\angle AOC + \angle BOD = 180^\circ$

【答案】 C

【解析】 方法一： $\because \angle BOC + \angle BOD = 180^\circ$ ，只能说明 $\angle BOC$ 与 $\angle BOD$ 是互补角，
 $\therefore$ 不能说明 $AB \perp CD$ 。

方法二： $\angle AOD = 90^\circ$ 可以判定两直线垂直，故此选项错误；

$\angle AOC$ 和 $\angle BOC$ 是邻补角，邻补角相等和又是 180° ，所以可以得到 $\angle COB = 90^\circ$ ，能判定垂直，故此选项错误；

$\angle BOC$ 和 $\angle BOD$ 是邻补角，邻补角和是 180° ，但不一定相等，所以不能判定垂直，故此选项正确；

$\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 是对顶角，对顶角相等，和又是 180° ，所以可得到 $\angle AOC = 90^\circ$ ，故此选项错误。

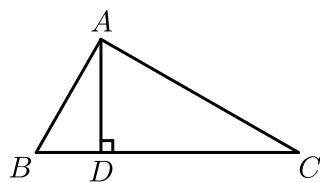
【标注】【知识点】垂直的定义

【重点强调】

2015~2016学年天津和平区初一下学期期中第7题2分

15. 如图所示， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于 D ，则下列结论中，正确的个数为（ ）。

- ① $AB \perp AC$ ；
- ② AD 与 AC 互相垂直；
- ③ 点 C 到 AB 的垂线段是线段 AB ；
- ④ 点 A 到 BC 的距离是线段 AD 的长度；
- ⑤ 线段 AC 的长度是点 C 到 AB 的距离；
- ⑥ 线段 AB 是点 B 到 AC 的距离；
- ⑦ $AD > BD$ 。



A. 3个

B. 4个

C. 7个

D. 0个

【答案】 A

【解析】 ① $\because \angle BAC = 90^\circ$,

$\therefore AB \perp AC$, 故正确;

② AD 垂直于 BC , 故错误;

③ C 到 AB 的垂线段为 AC , 故错误;

④ A 到 BC 的距离是线段 AD 的长度, 正确;

⑤ 正确;

⑥ 线段 AB 的长度是 B 到 AC 的距离, 故错误;

⑦ $AD > BD$, 不一定, 故错误.

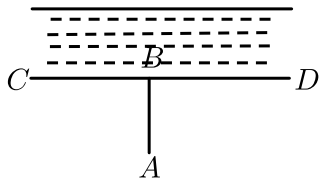
故选 A.

【标注】 【知识点】点到直线距离

【重点强调】

2018~2019 学年 3 月天津南开区天津市南开翔宇学校初一下学期月考第 7 题 3 分

16. 如图, 计划把河水引到水池 A 中, 先作 $AB \perp CD$, 垂足为 B , 然后沿 AB 开渠, 能使所开的渠道最短, 这样设计的依据是 _____.



【答案】 连接直线外一点与直线上所有点的连线中, 垂线段最短

【解析】 根据垂线段定理, 连接直线外一点与直线上所有点的连线中, 垂线段最短,

$\therefore$ 沿 AB 开渠, 能使所开的渠道最短.

故答案为: 连接直线外一点与直线上所有点的连线中, 垂线段最短.

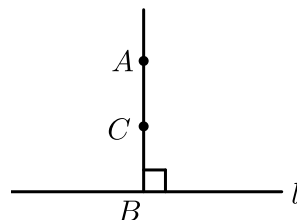
【标注】 【知识点】垂线段最短

【重点强调】

2018~2019学年3月天津南开区天津市第五十中学初一下学期月考第13题3分

练习

17. 如图所示，因为 $AB \perp l$ ， $BC \perp l$ ， B 为垂足，所以 AB 与 BC 重合，其理由是（ ）。



- A. 两点确定一条直线
- B. 在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直
- C. 过一点能作一条垂线
- D. 垂线段最短

【答案】 B

【解析】 在同一平面内，过一点有且只有一条直线与已知直线垂直。

【标注】 【知识点】 垂线的性质

18. 下列说法中正确的是（ ）

- ①点到直线的距离是点到直线所作的垂线；
- ②两个角互为邻补角，这两个角的角平分线互相垂直；
- ③两个对顶角互补，则构成这两个角的两条直线互相垂直；
- ④连接直线外一点到直线上所有点的线段中垂线段最短。

A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

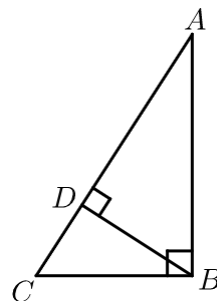
【答案】 D

【解析】 ①错，是垂线段的长度，不是垂线。

【标注】 【知识点】 垂线的性质

【知识点】 垂线段的定义

19. 如图， $AB \perp BC$ ， $BD \perp AC$ ，能表示点到直线的距离的线段共有（ ）。



A. 2条

B. 3条

C. 4条

D. 5条

【答案】 D

【解析】 根据点到直线的距离定义，可判断：

AB 表示点 A 到直线 BC 的距离．

AD 表示点 A 到直线 BD 的距离．

BD 表示点 B 到直线 AC 的距离．

CB 表示点 C 到直线 AB 的距离．

CD 表示点 C 到直线 BD 的距离．

共5条．故选D．

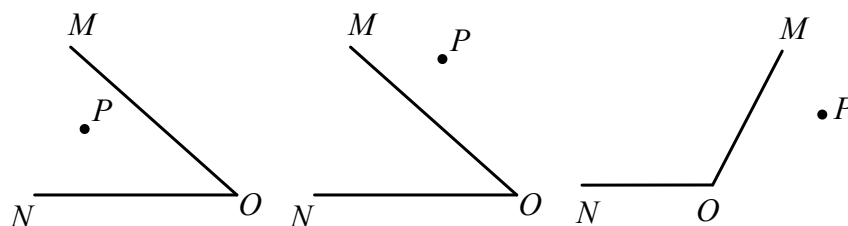
【标注】【知识点】垂线段的定义

【重点强调】

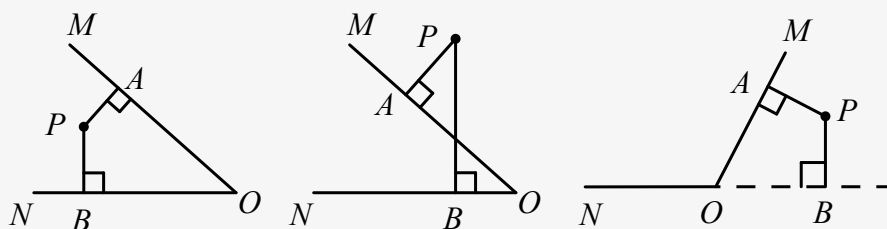
2018~2019学年3月天津和平区天津市第二十一中学初一下学期月考第3题3分

|| 例题

20. 如图，已知 $\angle MON$ 及点 P ，分别画出点 P 到射线 OM 、 ON 的垂线段 PA 、 PB ．



【答案】 如图所示：



【解析】过直线外一点作已知直线的垂线（垂线段）的方法：

“一落”即让三角板的一条直角边落在已知直线上，使其与已知直线重合；

“二移”即沿直线移动三角板，使其另一条直角边经过已知点；

“三画”即沿此直角边画直线（线段），则这条直线（线段）就是已知直线的垂线（垂线段）；

“四标”即在垂足的位置标上直角符号

【标注】【知识点】垂线与垂线段的作图

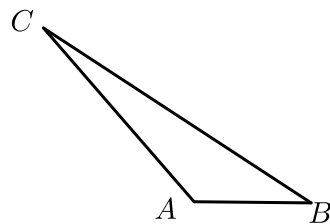
【重点强调】

垂线作图这部分，涉及到钝角作垂线要先延长（虚线）再作垂直。

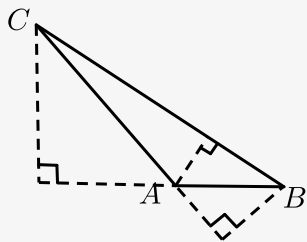
练习

21. 如图， $\angle BAC$ 为钝角。

- ①画出 C 到 AB 的垂线段；
- ②过 A 点画 BC 的垂线；
- ③过点 B 画 AC 的垂线。



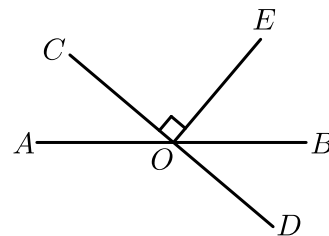
【答案】



【标注】【知识点】垂线与垂线段的作图

例题

22. 如图，直线 AB 、 CD 相交于点 O ， $OE \perp CD$ 于点 O 。



- (1) 写出 $\angle BOD$ 的对顶角与邻补角 .
- (2) 若 $\angle AOD : \angle BOD = 7 : 2$, 求 $\angle BOE$ 的度数 .

【答案】 (1) $\angle BOD$ 的对顶角为 $\angle AOC$,
邻补角为 $\angle AOD$ 和 $\angle COB$.

(2) 50° .

【解析】 (1) $\angle BOD$ 的对顶角为 $\angle AOC$,
邻补角为 $\angle AOD$ 和 $\angle COB$.

$$(2) \angle BOD = 180^\circ \times \frac{2}{7+2} = 40^\circ ,$$

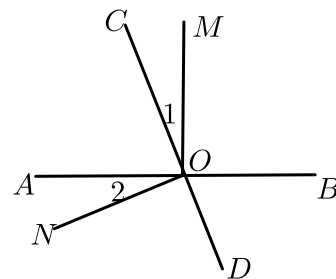
$$\because OE \perp CD ,$$

$$\therefore \angle EOD = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle BOE = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ .$$

【标注】【知识点】计算对顶角、邻补角度数

23. 如图 , 直线 AB 、 CD 相交于点 O , $OM \perp AB$.



- (1) 若 $\angle 1 = \angle 2$, 证明 : $ON \perp CD$.
- (2) 若 $\angle 1 = \frac{1}{4} \angle BOC$, 求 $\angle BOD$ 的度数 .

【答案】 (1) 证明见解析 .

(2) $\angle BOD = 60^\circ$.

【解析】 (1) $\because OM \perp AB$,

$$\therefore \angle AOM = \angle BOM = 90^\circ ,$$

$$\begin{aligned}
 &\therefore \angle 1 + \angle AOC = 90^\circ, \\
 &\therefore \angle 1 = \angle 2, \\
 &\therefore \angle 2 + \angle AOC = 90^\circ, \\
 &\text{即 } \angle CON = 90^\circ, \\
 &\therefore ON \perp CD. \\
 (2) &\therefore \angle 1 = \frac{1}{4} \angle BOC, \\
 &\therefore \angle BOM = 3\angle 1 = 90^\circ, \\
 &\text{解得: } \angle 1 = 30^\circ, \\
 &\therefore \angle BOD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.
 \end{aligned}$$

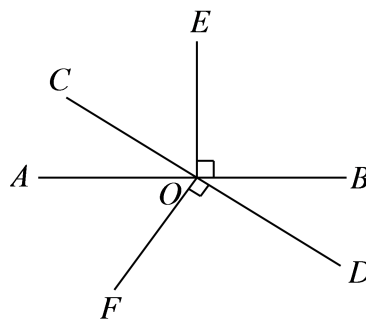
【标注】【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

【重点强调】

证明两直线垂直只需利用垂线的定义，证明相交所形成的角是 90° 即可。

练习

24. 如图，直线 AB 与 CD 相交于 O ， $OE \perp AB$ ， $OF \perp CD$ 。



- (1) 图中与 $\angle AOF$ 互余的角是 _____，与 $\angle COE$ 互补的角是 _____。（把符合条件的角都写出来）
- (2) 如果 $\angle AOC = \frac{1}{4} \angle EOF$ ，求 $\angle EOF$ 的度数。

【答案】(1) $\angle AOC$ ， $\angle BOD$ ； $\angle EOD$ ， $\angle BOF$

(2) 144° 。

【解析】(1) 图中与 $\angle AOF$ 互余的角是： $\angle AOC$ ， $\angle BOD$ 。

图中与 $\angle COE$ 互补的角是： $\angle EOD$ ， $\angle BOF$ 。

- (2) $\because OE \perp AB$ ， $OF \perp CD$ ，
 $\therefore \angle EOB = 90^\circ$ ， $\angle FOD = 90^\circ$ ，

$$\text{又} \because \angle AOC = \frac{1}{4} \angle EOF,$$

$$\text{设} \angle AOC = x, \text{则} \angle BOD = x, \angle EOF = 4x,$$

$$\text{根据题意可得: } 4x + x + 90 + 90 = 360^\circ,$$

$$\text{解得: } x = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle EOF = 4x = 144^\circ.$$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】垂线段的定义

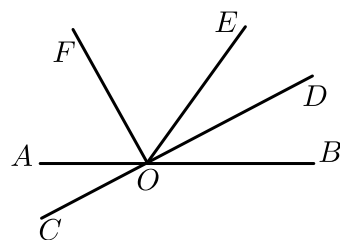
【知识点】余角和补角

【思想】方程思想

【重点强调】

2014~2015学年天津河东区初一上学期期末第28题4分

25. 如图, 直线 AB 与 CD 相交于 O , OF , OD 分别是 $\angle AOE$, $\angle BOE$ 的平分线.



(1) 写出 $\angle DOE$ 的补角.

(2) 若 $\angle BOE = 62^\circ$, 求 $\angle AOD$ 和 $\angle EOF$ 的度数.

(3) 试问射线 OD 与 OF 之间有什么特殊的位置关系? 为什么?

【答案】(1) $\angle COE$, $\angle AOD$, $\angle BOC$.

(2) $\angle AOD = 149^\circ$, $\angle EOF = 59^\circ$.

(3) 射线 OD 与 OF 互相垂直.

【解析】(1) $\angle DOE$ 的补角为: $\angle COE$, $\angle AOD$, $\angle BOC$.

(2) $\because OD$ 是 $\angle BOE$ 的平分线,

$$\therefore \angle BOD = \frac{1}{2} \angle BOE = 31^\circ,$$

$$\therefore \angle AOD = 180^\circ - \angle BOD = 149^\circ,$$

$$\because \angle AOE = 180^\circ - \angle BOE = 118^\circ,$$

又 $\because OF$ 是 $\angle AOE$ 的平分线,

$$\therefore \angle EOF = \frac{1}{2} \angle AOE = 59^\circ,$$

即 $\angle AOD = 149^\circ$, $\angle EOF = 59^\circ$.

(3) 射线 OD 与 OF 互相垂直. 理由如下:

$\because OF, OD$ 分别是 $\angle AOE, \angle BOE$ 的平分线,

$\therefore$

$$\angle DOF = \angle DOE + \angle EOF = \frac{1}{2}\angle BOE + \frac{1}{2}\angle EOA = \frac{1}{2}(\angle BOE + \angle EOA) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$

,

$\therefore OD \perp OF$,

即射线 OD, OF 的位置关系是垂直.

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】邻补角的定义

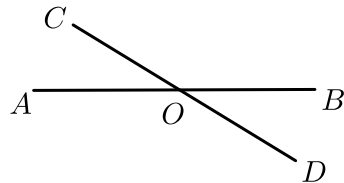
【知识点】垂线的性质

【知识点】余角和补角

【知识点】角的和差的计算与证明-不需要分类讨论

独步天下

26. 如图, 已知直线 AB 和 CD 相交于点 O .



(1) 写出 $\angle AOC$ 和 $\angle BOD$ 的大小关系 _____, 判断的依据是 _____.

(2) 过点 O 作射线 OE, OF , 若 $\angle COE = 90^\circ$, OF 平分 $\angle AOE$, 补全图形并求 $\angle AOF + \angle COF$ 的度数, 说明你的理由.

(3) 在(2)的条件下, 若 $\angle AOD = 120^\circ$, 求 $\angle COF$ 的度数.

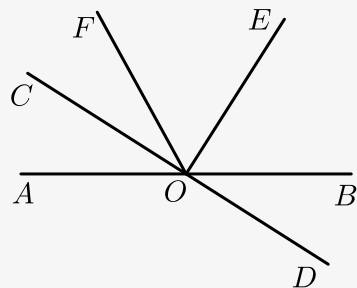
【答案】(1) $\angle AOC = \angle BOD$; 对顶角相等

(2) $\angle AOF + \angle COF = 90^\circ$.

(3) $\angle COF = 15^\circ$ 或 75° .

【解析】(1) $\angle AOC = \angle BOD$, 对顶角相等.

(2) ①当 OE 在 $\angle FOB$ 中时,



设 $\angle COA = \alpha$, 则 $\angle AOE = 90^\circ + \alpha$,

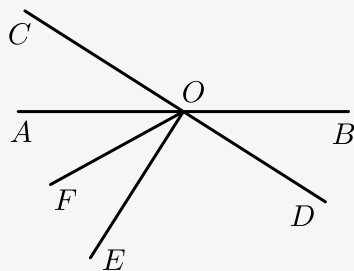
$\because OF$ 平分 $\angle AOE$,

$\therefore \angle AOF = \angle EOF = 45^\circ + \alpha$.

$\therefore \angle COF = 90^\circ - \angle EOF = 45^\circ - \alpha$.

$\therefore \angle AOF + \angle COF = 90^\circ$.

②当 OE 在 $\angle AOD$ 中时 ,



设 $\angle AOC = \alpha$, 则 $\angle AOE = 90^\circ - \alpha$,

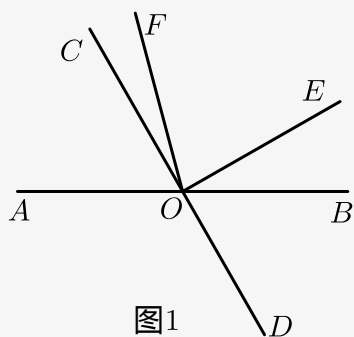
$\because OF$ 平分 $\angle AOE$,

$\therefore \angle AOF = \angle EOF = 45^\circ - \frac{\alpha}{2}$,

$\angle COF = \angle COA + \angle AOF = 45^\circ - \frac{\alpha}{2} + \alpha = 45^\circ + \frac{\alpha}{2}$.

$\therefore \angle AOF + \angle COF = 90^\circ$.

(3) 分两种情况 : 如图 (1)



$\because \angle AOD = 120^\circ$,

$\therefore \angle BOC = 120^\circ$,

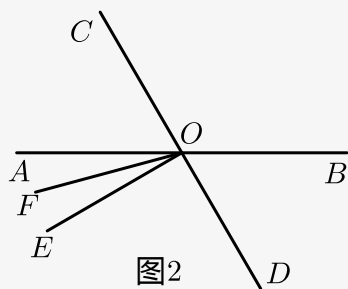
$\therefore \angle AOC = 60^\circ$,

$\therefore \angle AOE = \angle AOC + \angle COE = 150^\circ$,

$$\therefore \angle AOF = \frac{1}{2} \angle AOE = 75^\circ ,$$

$$\therefore \angle COF = \angle AOF - \angle AOC = 15^\circ .$$

如图 (2)



$$\therefore \angle AOD = 120^\circ ,$$

$$\therefore \angle BOC = 120^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOC = 60^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOE = \angle COE - \angle AOC = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle AOF = \frac{1}{2} \angle AOE = 15^\circ ,$$

$$\therefore \angle COF = \angle AOF + \angle AOC = 75^\circ .$$

【标注】【知识点】计算对顶角、邻补角度数

【重点强调】

固定角的一边作已知度数的角时要进行分类讨论：在该边的上方或下方．